МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА
И ПРОДОВОЛЬСТВИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

ГЛАВНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ, НАУКИ И КАДРОВ

УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
«БЕЛОРУССКАЯ ГОСУДАРСТВЕННАЯ
СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННАЯ АКАДЕМИЯ»

Кафедра геодезии и фотограмметрии

ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ

Для студентов специальностей
1- 56 01 01 – землеустройство
и 1- 56 01 02 – земельный кадастр

Горки 2007

МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА
И ПРОДОВОЛЬСТВИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

ГЛАВНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ, НАУКИ И КАДРОВ

УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
«БЕЛОРУССКАЯ ГОСУДАРСТВЕННАЯ
СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННАЯ АКАДЕМИЯ»

Кафедра геодезии и фотограмметрии

ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ

Для студентов специальностей
1- 56 01 01 – землеустройство
и 1- 56 01 02 – земельный кадастр

Горки 2007

Одобрено методической комиссией инженерного факультета .

Составили доцент С. И. ПОМЕЛОВ.
П. В. ДРУГАКОВ

Компьютерный набор Е.Б.КИРЕЕВА.

СОДЕРЖАНИЕ

УДК 528.11

Оценка точности результатов измерений: Методические указания по выполнению лабораторной работы / Белорусская государственная сельскохозяйственная академия; Сост. С. И. П о м е л о в, П. В. Д р у г а к о в . Горки, 2007. 28 с.

Приведены задачи и задание к лабораторной работе по теории ошибок измерений, основные формулы и примеры решения типовых задач.

Для студентов специальностей 1-56 01 01 – землеустройство и 1-56 01 02 – земельный кадастр.

.Таблиц 15. Рис. 8. Библиогр. 5.

Рецензент кандидаты техн. наук, доцент З.И.ЮЗЕФОВИЧ

ВВЕДЕНИЕ

Осуществление земельных преобразований в Республике Беларусь связано с большим объемом геодезических работ по установлению границ сельскохозяйственных и лесохозяйственных организаций, обеспечению граждан земельными участками для индивидуального жилищного строительства, садоводства, организации крестьянских хозяйств и пр. Для выполнения указанных работ инженер-землеустроитель должен не только знать устройство геодезических приборов и уметь ими работать, знать методы построения и уравнивания сетей сгущения и съемочного обоснования, но и знать теорию ошибок измерений и уметь производить оценку точности результатов измерений.

Геодезические работы связаны с измерениями длин линий, углов, превышений, площадей и др. Любые измерения сопровождаются неизбежными ошибками (погрешностями). Следовательно, результаты измерений и вычисленные по ним величины тоже будут содержать ошибки. Чтобы получить результаты с некоторой заданной точностью необходимо знать свойства ошибок измерений, уметь оценивать точность результатов измерений и их функций, находить наиболее надежные значения определяемых величин, правильно устанавливать допустимость невязок и пр. Указанные вопросы рассматриваются в теории ошибок измерений, которая имеет очень важное значение не только для изучения геодезии, но и других специальных дисциплин землеустроительного профиля. Поэтому ей нужно уделить особое внимание.

Прежде чем приступить к решению задач рекомендуется вначале повторить из курса математики нахождение производных, а затем руководствоваться учебником [1] или [2] (глава IX). Для более глубокого изучения темы можно использовать практикум [5].

Необходимо отметить, что в литературе и на практике употребляются два термина: «ошибка» и «погрешность». В учебниках [1 и 2] употребляется термин “погрешность”. ГОСТ допускает пользование любым из этих терминов. Нами применяется термин “ошибка”.

В результате изучения данного раздела студент должен умело применять теорию ошибок измерений для решения практических задач. С этой целью рекомендуется внимательно изучить примеры из учебника и методических указаний по выполнению лабораторной работы.

В задании приведены 14 задач по обработке рядов равноточных измерений, оценке точности функций измеренных величин, обработке результатов неравноточных измерений, оценке точности по невязкам в полигонах и ходах и по разностям двойных измерений.

Каждая типовая задача имеет 16 вариантов. Студенту необходимо решить один из вариантов по указанию преподавателя. В целях сокращения текста в предлагаемых задачах средние квадратические ошибки измерений иногда записаны сразу за результатом измерения со знаком ±, например $54^0 23{,}2' \pm 1{,}5'$.

Решая задачи, нужно соблюдать правило действий с приближенными числами, давать ответы с необходимой и достаточной точностью. Средние квадратические ошибки и веса вычисляют с двумя-тремя значащими цифрами. Числовые ответы должны иметь наименование величин.

Исходные данные для решения задач составлены с таким расчетом, чтобы каждый студент имел индивидуальное задание. Номера вариантов выдаются студентам во время занятий и фиксируются в журнале преподавателя

При оформлении лабораторной работы необходимо указать номер и вариант задачи, например 8.3 (восьмая задача, третий вариант), привести условие задачи, рабочие формулы и результаты вычислений. При оформлении контрольной работы все записи и рисунки выполняются аккуратно чернилами или тушью. По каждой задаче необходимо привести условие, исходные данные, рисунки, рабочие формулы, результаты вычислений и краткие пояснения. Рисунки и таблицы должны иметь наименования.

Вычисления целесообразно выполнять на микрокалькуляторах. Средние квадратические ошибки и веса вычисляются с двумя-тремя значащими цифрами.

1. ВЫЧИСЛЕНИЕ ИСТИННЫХ, СРЕДНИХ КВАДРАТИЧЕСКИХ И ПРЕДЕЛЬНЫХ ОШИБОК ИЗМЕРЕНИЙ, ОБРАБОТКА РЯДА РАВНОТОЧНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

Обозначения:

Δ – истинная ошибка измерения;

m – средняя квадратическая ошибка одного измерения;

$\Delta_{пр}$– предельная ошибка измерения;

l – результат измерения;

X – точное значение измеренной величины;

l_0 – приближенное значение измеренной величины;

L – среднее арифметическое;

v – поправка к измеренной величине;
M – средняя квадратическая ошибка среднего арифметического;
n – число измерений;
ω – ошибка округления L.

Формулы:

$$\Delta_1 = l_1 - X; \qquad (1)$$

$$m = \sqrt{\frac{[\Delta^2]}{n}}; \qquad (2)$$

$$\Delta_{пр} = 3m; \qquad (3)$$

$$L = \frac{[l]}{n} = l_0 + \frac{[\varepsilon]}{n},$$

где

$$\varepsilon_i = l_i - l_0; \qquad (4)$$

$$v_i = L - l_i. \qquad (5)$$

Контроль: $[v] = 0$ или (6)

$$[v] = n\omega. \qquad (7)$$

$$m = \sqrt{\frac{[v^2]}{n-1}}. \qquad (8)$$

Контроль: $[v^2] = -[v\varepsilon] + (L - l_0)[v].$ (9)

$$M = \frac{m}{\sqrt{n}}. \qquad (10)$$

П р и м е р 1. Одна и та же линия измерена лентой 8 раз. При этом получены следующие результаты: 245,15 м; 245,20; 245,00; 245,08; 245,10; 245,05; 245, 12; 245,17 м. Точная длина линии равна 245,12 м. Определить истинные ошибки измерений, среднюю квадратическую и предельную ошибки одного измерения, относительную предельную ошибку одного измерения. Решение задачи выполнено в табл. 1.

Т а б л и ц а 1. **Оценка точности по истинным ошибкам**

Номер измерения	Результаты измерения l, м	Δ=l-X, см	Δ^2	Формулы и вычисления
1	245,15	+3	9	$m=\sqrt{\frac{[\Delta^2]}{n}}=\sqrt{\frac{311}{8}}=6{,}2см$
2	20	+8	64	$\Delta_{пр}=3m=18{,}6см$
3	00	-12	144	$\frac{\Delta_{пр}}{l}=\frac{0{,}186}{245}=\frac{1}{1320}$
4	08	-4	16	
5	10	-2	4	
6	05	-7	49	
7	12	0	0	
8	17	+5	25	
	X=245,12		$[\Delta^2]=311$	

П р и м е р 2. Угол измерен 5 раз. Результаты измерений приведены в табл. 2. Найти вероятнейшее значение угла, среднюю квадратическую ошибку одного измерения и среднюю квадратическую ошибку вероятнейшего значения.

Решение задачи приведено в табл. 2, где сделан контроль вычислений величин $[v]$ и $[v^2]$ по формулам (7) и (9).

Т а б л и ц а 2. **Оценка точности по поправкам**

Номер измерения	Результаты измерения	ε	v	v^2	$v\varepsilon$
1	$24^0 38'30{,}5''$	+5,5″	-2,6″	6,76	-14,30
2	25,4	+0,4	+2,5	6,25	+1,00
3	26,1	+1,1	+1,8	6,24	+1,98
4	28,3	+3,3	-0,4	0,16	-1,32
5	29,4	+4,4	-1,5	2,25	-6,60
l_0	$24^0 38'25{,}0''$	+14,7	-0,2	18,66	-19,24
L	$24^0 38'27{,}9'$				

Формулы и вычисления:

$$L=l_0+\frac{[\varepsilon]}{n}=24^0 38'25{,}0''+\frac{+14{,}7''}{5}=24^0 38'27{,}94'';$$

$$[v]=n\omega=5(-0{,}04)=-0{,}2;$$

$$[v^2]=-[v\varepsilon]+(L-l_0)[v]=19{,}24+2{,}9(-0{,}2)=18{,}66;$$

$$m = \sqrt{\frac{[v^2]}{n-1}} = \sqrt{\frac{18{,}66}{4}} = 2{,}2'';$$

$$M = \frac{m}{\sqrt{n}} = \frac{2{,}2''}{\sqrt{5}} = 1{,}0''.$$

Задачи для самостоятельного решения

1. Угол измерен высокоточным теодолитом. Полученный результат $132^0 12'23{,}0''$ можно считать точным значением угла. Затем этот же угол многократно измерен электронным тахеометром Та3. Результаты измерений (только значения секунд) приведены в табл. 3. Вычислить среднюю квадратическую и предельную ошибки одного измерения угла тахеометром Та3. Вычисления рекомендуется выполнять по формуле табл. 1.

Таблица 3. **Исходные данные для решения задачи 1**

Варианты	Номера измерения									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	29	20	18	26	31	23	24	21	30	28
2	26	20	25	25	31	19	32	25	32	21
3	15	28	31	29	23	31	29	19	26	24
4	18	27	26	17	23	33	27	29	22	17
5	21	31	19	42	28	33	35	19	15	21
6	30	22	30	23	18	18	33	32	31	24
7	28	21	25	26	16	22	29	22	25	27
8	24	18	23	31	29	21	34	22	24	24
9	30	28	20	28	20	32	25	21	31	20
10	30	28	21	30	18	32	27	26	28	26
11	32	22	29	27	26	24	34	24	32	22
12	22	21	16	29	18	25	25	18	22	33
13	30	30	25	28	20	29	24	32	15	27
14	27	21	23	24	25	20	26	27	21	27
15	27	22	17	29	26	32	31	31	33	22
16	24	28	20	28	24	29	20	31	23	29

2. По результатам многократного измерения линии, приведенным в табл. 4, вычислить наиболее надёжное значение длины линии, среднюю квадратическую ошибку измерения, абсолютную и относительную средние квадратические ошибки окончательного значения. Решение задачи представить по формуле табл. 2.

2 ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ ФУНКЦИЙ ИЗМЕРЕННЫХ ВЕЛИЧИН

При решении задач рекомендуется использовать формулы из табл.5.

Т а б л и ц а 5. **Основные формулы**

Функции	Средняя квадратическая ошибка	Номер формулы
$u = kx + c$	$m_u = km_x$	11
$u = k_1 x_1 + k_2 x_2 + ... + k_n x_n + c$	$m_u^2 = k_1^2 m_1^2 + k_2^2 m_2^2 + \ldots + k_n^2 m_n^2$	12
$u = \pm x_1 \pm x_2 \pm \ldots \pm x_n + c$	$m_u^2 = m_1^2 + m_2^2 + \ldots + m_n^2$	13
	При равноточных измерениях $m_1 = m_2 = m_n = m$ $m_u = m\sqrt{n}$	14
$u = f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$	$m_u^2 = \left(\frac{\partial f}{\partial x_1}\right)^2 m_1^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial x_2}\right)^2 m_2^2 + \ldots + \left(\frac{\partial f}{\partial x_n}\right)^2 m_n^2$	15

П р и м е р 3. При измерении горизонтального расстояния нитяным дальномером сделан отсчет по рейке 1=182 см ±0,4 см (здесь ±0,4 см – средняя квадратическая ошибка отсчета). Коэффициент дальномера (К=100) и постоянное слагаемое (с=0,6 м) определены с высокой точностью и могут быть приняты безошибочными. Найти среднюю квадратическую ошибку расстояния.

Напишем формулу для вычисления расстояния D=Kl+c. Переменной здесь является величина l. Поэтому можно применить формулу (11). В результате получим $m_D = Km_l = 100 \cdot 0{,}4 = 40$ см.

П р и м е р 4. В треугольнике измерены два угла со средними квадратическими ошибками 4″ и 6″. Найти среднюю квадратическую ошибку третьего (вычисленного) угла.

Обозначим измеренные углы α и β, а искомый – γ. Запишем функцию γ=180-α-β, для которой по формуле (13) найдем $m_\gamma^2 = m_\alpha^2 + m_\beta^2 = 4^2 + 6^2 = 52$. Откуда m_γ=7,2″.

П р и м е р 5. Найти предельную угловую невязку в полигоне из 12 углов, если средняя квадратическая ошибка измерения угла равна 0,5′.

Запишем формулу угловой невязки в развернутом виде:

$$f_\beta = \beta_1 + \beta_2 + \ldots + \beta_n - \sum \beta_{\mathrm{T}}.$$

Теоретическая сумма углов $\sum \beta_T$ не содержит ошибок (имеется ввиду случай, когда ошибки в дирекционных углах начальной и конечной исходных линий в разомкнутом ходе пренебрегаемо малы). Поэтому невязка представляет собой ошибку в сумме измеренных углов. Постокольку измерения равноточные,

$$m_{\beta_1} = m_{\beta_2} = \ldots = m_{\beta_n} = m_\beta.$$

Применяя формулу (14), найдем среднюю квадратическую ошибку в сумме углов $m_{\sum\beta} = m_\beta \sqrt{n}$. Предельная ошибка суммы углов, или предельная невязка, будет в 3 раза больше, т.е. $f_{\beta np} = 3m_\beta \sqrt{n}.$

Для данного примера будем иметь $f_{\beta np} = 3 \cdot 0{,}5' \sqrt{12} = \pm 5',2.$

П р и м е р 6. Измерение угла одним приемом сопровождается средней квадратической ошибкой 20″. С какой средней квадратической ошибкой можно получить значение этого угла, если измерить его четырьмя приемами?

При многократном измерении одной и той же величины наиболее надежным ее значением будет арифметическая средина. Средняя квадратическая ошибка арифметической средины из n равноточных измерений в $\sqrt{n}$ меньше средней квадратической ошибки каждого измерения (формула 10). Следовательно, ответ будет таким: $\frac{20''}{\sqrt{4}} = 10''.$

П р и м е р 7. Определить абсолютную и относительную средние квадратические ошибки в площади прямоугольника, если его стороны (a= 200,00 м ; b= 400,00 м) известны с относительной средней квадратической ошибкой 1:2000.

Задачу можно решить двумя способами.

1-й способ. Определим абсолютные ошибки в длинах сторон из соотношения $\frac{m_a}{a} = \frac{m_b}{b} = \frac{1}{2000}$.

$$\frac{m_a}{200} = \frac{1}{2000}; \quad m_a = 0{,}10\text{м}, \frac{m_b}{400} = \frac{1}{2000}; \quad m_b = 0{,}20\text{м}.$$

Составим функцию P=ab. Применяя формулу (15), получим

$$m^2{}_p = b^2 m^2{}_a + a^2 m^2{}_b = 400^2 \cdot 0{,}1^2 + 200^2 \cdot 0{,}2^2 = 3200,$$

$$m_p = 56\text{м}^2; \frac{m_p}{P} = \frac{56}{80000} = \frac{1}{1400}.$$

2-й способ. Составим функцию $P=ab$ и прологарифмируем ее.

$$\ln P = \ln a + \ln b.$$

Для нахождения средней квадратической ошибки функции общего вида вместо формулы (15) воспользуемся правилом: 1) находят полный дифференциал данной функции, записывая вместо дифференциалов истинные ошибки; 2) объединяют члены с однаковыми истинными ошибками, заключая в скобки коэффициенты при одинаковых истинных ошибках; 3) возводят в квадрат все члены полученного выражения, заменяя истинные ошибки средними квадратическими.

В соответствии с этим правилом в общем виде получим

$$\frac{\Delta \mathrm{P}}{\mathrm{P}} = \frac{\Delta a}{a} + \frac{\Delta b}{b}; \left(\frac{m_p}{P}\right)^2 = \left(\frac{m_a}{a}\right)^2 + \left(\frac{m_b}{b}\right)^2.$$

Подставляя известные значения, найдем

$$\left(\frac{m_p}{\mathrm{P}}\right)^2 = \left(\frac{1}{2000}\right)^2 + \left(\frac{1}{2000}\right)^2 = 2\left(\frac{1}{2000}\right)^2; \quad \frac{m_p}{\mathrm{P}} = \frac{\sqrt{2}}{2000} = \frac{1}{1400}.$$

$$m_p = \frac{\mathrm{P}}{1400} = \frac{80000}{1400} = 57 м^2.$$

П р и м е р 8. Найти в общем виде среднюю квадратическую ошибку превышения, вычисленного по формуле

$$h = \frac{1}{2} D \sin 2v + i - v + f.$$

Для решения задачи воспользуемся формулой (15).

Найдем частные производные:

$$\frac{\partial h}{\partial D} = \frac{1}{2}\sin 2v; \frac{\partial h}{\partial v} = D\cos 2v; \frac{\partial h}{\partial i} = 1; \frac{\partial h}{\partial v} = -1; \frac{\partial h}{\partial f} = 1.$$

Далее получим

$$m_h^2 = \frac{1}{4}\sin^2 2v m_D^2 + D^2 \cos^2 2v \frac{m_v^2}{\rho^2} + m^2{}_i + m^2{}_v + m^2{}_f.$$

П р и м е ч а н и е. Ошибку угла m_v обычно выражают в градусной мере. В формуле для вычисления m_h она должна выражаться в радианной мере, поэтому произведено деление на ρ.

П р и м е р 9. Средняя квадратическая ошибка измерения угла одним приемом равна 20″. Сколькими приемами нужно измерять углы, чтобы невязки в треугольниках не превышали ±1′?

Обозначим число приемов через n. Средняя квадратическая ошибка измерения угла n приемами составит $\frac{20''}{\sqrt{n}}$, а в сумме трех углов – $\frac{20}{\sqrt{n}}\sqrt{3}$. Предельная ошибка в сумме углов, равная предельной невязке, в 3 раза больше. Поэтому можно составить уравнение

$$\frac{3 \cdot 20''}{\sqrt{n}}\sqrt{3} = 60''.$$

Отсюда n =3.

Задачи для самостоятельного решения

3.1. С какой ошибкой построен прямой угол, если зеркала экера расположены по углом $45^0 00 \pm 3'$?

3.2. Средняя квадратическая ошибка определения превышения на одной станции равна 2 мм. Определить предельную невязку в нивелирном ходе из 20 станций.

3.3. Чему равна средняя квадратическая ошибка дирекционного угла 10-й стороны теодолитного хода, если средняя квадратическая ошибка каждого угла равна 0,5′, а исходный дирекционный угол безошибочен?

3.4. Найти среднюю квадратическую ошибку одного угла теодолитного хода с 26 углами, если средняя квадратическая ошибка суммы всех углов равна 1,5′.

3.5. Линия состоит из двух отрезков: s_1=202,15 м ±0,08 м; s_2=241,73 м ± 0,10 м. Вычислить абсолютную и относительную средние квадратические ошибки всей линии.

3.6. В четырехугольнике измерены 3 угла со средними квадратическими ошибками 10″, 15″, 5″. Определить среднюю квадратическую ошибку четвертого (вычисленного) угла.

3.7. Даны отметки двух точек со средними квадратическими ошибками: H_1= 285,385 м ±8 мм; H_2 = 243,847м ± 5 мм. Вычислить превышение точки 2 над точкой 1 и его предельную ошибку.

3.8. Определить ожидаемое среднее квадратическое значение невязки нивелирного хода длиной 16 км, если средняя квадратическая ошибка нивелирования на 1 км составляет 4 мм.

3.9. Для вычисления общей площади участка он был разбит на 4 треугольника. Найти предельную ошибку в площади участка, если средние квадратические ошибки определения площадей треугольников составили 20 м^2, 40, 30 и 15 м^2.

3.10. Определить среднюю квадратическую ошибку превышения, полученного при нивелировании из середины по двухсторонним рейкам, если средняя квадратическая ошибка одного отсчета по рейке равна 1 мм.

3.11. Длина линии на плане определена как разность отсчетов по миллиметровой шкале линейки, сделанных у концов линии. Какова будет предельная ошибка в длине линии, если отсчеты сопровождались средними квадратическими ошибками 0,1 мм?

3.12. Линия длиной 300 м измеряется стальной 20-метровой лентой. Определить относительную среднюю квадратическую ошибку в длине линии, если средняя квадратическая ошибка одного отложения ленты равна 2 см.

3.13. Коэффициент нитяного дальномера (К=100) и постоянное слагаемое (С=0) найдены точно. При измерении линии определен отрезок рейки между крайней и средней нитями – 1^1=85 см±0,5 см. С какой средней квадратической ошибкой будет получена длина линии?

3.14. Найти среднюю квадратическую ошибку функции $u = 3x - 0{,}5y + z$, если m_x =0,1; m_y=1,0; m_z=0,8.

3.15. В треугольнике измерены два угла со средними квадратическими ошибками 30″. Определить среднюю квадратическую ошибку третьего вычисленного угла.

3.16. Одна и та же линия измерена двумя лентами со средними квадратическими ошибками 10 см. Какой величины может достичь расхождение результатов двух измерений?

4.1. Определить относительную предельную ошибку в площади треугольника, вычисленной по формуле $P = \frac{1}{2} ab \sin C$, если a = 125,2 ± 0,1 м, b = 240,5±0,2 м, C =$64^0 35'$±2′.

4.2. С какой средней квадратической ошибкой будет вычислена длина линии по формуле $s = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$, если координаты точек по обеим осям известны с ошибкой m ?

4.3. Найти относительную среднюю квадратическую ошибку площади треугольника, вычисленной по основанию a=120,52 м ± 0,10 и высоте h = 100,00±0,08 м.

4.4. Определить среднюю квадратическую ошибку в площади трапеции, основания и высота которой измерены в метрах: a=64,50±0,12; b =85,35±0,15; h=50,00±0,10.

4.5. Вычислить приращение координат по оси X и его среднюю квадратическую ошибку, если горизонтальное проложение линии s=160,52 м±0,10 м и ее дирекционный угол $\alpha = 45^0 00'$±1′.

4.6. Определить горизонтальное проложение линии и его среднюю квадратическую ошибку, если наклонная линия D=132,25 м ± 0,05 м, а угол наклона $v = 4^0 10' \pm 10'$.

4.7. Вычислить приращения координат по оси У и его предельную ошибку, если горизонтальное проложение s=200,00 м±0,20 м и дирекционный угол $\alpha=30^0 00' \pm 1'$.

4.8. Вычислить относительную среднюю квадратическую ошибку гипотенузы а прямоугольного треугольника, если катет в=100,00 ± 0,10 м, с = 60,00 м ± 0,05 м.

4.9. Определить превышение по формуле $h = 1/2D\sin 2v$ и его среднюю квадратическую ошибку, если D= 210 м ± 1 м, $v = 5^0 30' \pm 1'$.

4.10. С какой относительной средней квадратической ошибкой будет найдено расстояние s по формуле $s = \frac{l}{2} ctg \frac{\varphi}{2}$, если l=20,000 м ± ± 0,002 м, $\varphi = 6^0 42{,}6 \pm 0{,}1'$?

4.11. Определить превышение по формуле $h = stgv + i - v$ и его среднюю квадратическую ошибку, если s= 250 м±1 м, $v=6^0 25' \pm 1'$, i=1,38 м ±0,01 м, v=3,00 м±0,02 м.

4.12. В треугольнике измерены две стороны: а=100,0 м ±0,1 м, *в* =200,0 м ±0,2 м и угол между ними $C=30^0 00' \pm 2'$. Определить площадь треугольника и ее предельную ошибку.

4.13. Определить уклон линии и его среднюю квадратическую ошибку, если горизонтальное проложение линии s=127,0 м±0,5 м и превышение h =6,00 м±0,02 м.

4.14. При измерении наклонной линии мерной лентой получены следующие результаты:

$$D = 234{,}18м \pm 0{,}15м; v = 8^0 20' \pm 10'.$$

Вычислить поправку за наклон и среднюю квадратическую ошибку в значении величины этой поправки.

4.15. Определить поправку за наклон линии, измеренной дальномером, по формуле $\Delta s = (Kl + c)\sin^2 v$ и ее среднюю квадратическую ошибку, если К=100,0±0,1; l=95,0 см ± 0,5 см; с = 0,62 м ±0,002 м; $v = 12^0 30' \pm 1'$.

4.16. Найти предельную относительную ошибку в площади круга, если R= 8,00 см ± 0,02 см.

5. В треугольнике АВС измерены сторона *в*, лежащая против угла В, и углы А и В. Вычислить сторону *а* и ее среднюю квадратическую ошибку. Числовые данные по вариантам приведены в табл.6.

6.1. С какой относительной средней квадратической ошибкой нужно измерить основание а=200 м и высоту h=150 м, чтобы вычислить площадь треугольника с предельной ошибкой ±50 м^2.

6.2. Средняя квадратическая ошибка измерения угла одним приемом равна 10″. Сколькими приемами нужно измерять углы, чтобы предельные невязки в четырехугольниках не превышали ± 40″?

6.3. Однократное измерение линии сопровождается относительной средней квадратической ошибкой 1:2000. Сколькими приемами нужно измерить линию, чтобы получить окончательный результат с такой же предельной относительной ошибкой?

6.4. С какой относительной ошибкой нужно измерить сторону квадрата, чтобы получить его площадь с относительной ошибкой 1:2000?

6.5. С какой относительной средней квадратической ошибкой нужно измерить стороны прямоугольника (а=100 м; в = 60 м), чтобы вычислить его площадь с ошибкой не более 30 м^2?

6.6. При измерении линии 20-метровой лентой случайная средняя квадратическая ошибка одного отложения ленты составляет 2 см. Сколько раз нужно измерить линию длиной 200 м, чтобы получить окончательный результат со средней квадратической ошибкой не более 4 см ?

Т а б л и ц а 6. **Исходные данные для решения задачи 5**

Варианты	b, м	A	B
1	250,20 ± 0,10	$63^0$42,3± 0,5′	$78^0$19,5′±1′
2	341,19 ± 0,11	64^0 23,2′±1,5′	$61^0$35,5′±1,0′
3	142,17 ± 0,07	$71^0$13′15″±5″	$51^0$18′19″±9″
4	338,19 ± 0,15	$85^0$34′26″±6″	$70^0$28′34″±10″
5	311,35 ± 0,20	$70^0$00′15″±10″	$52^0$19′28″±8″
6	438,46 ± 0,12	74^0 28′30″±10″	$82^0$29′49″±5″
7	252,34 ± 0,20	$63^0$19,2′±0,6′	$45^0$3,3′±0,5′
8	285,93 ± 0,05	$68^0$29′42″±7″	$60^0$29′54″±6″
9	141,16 ± 0,10	$58^0$38′25″±5″	$62^0$34′19″±6″
10	485,25 ± 0,08	$75^0$25,7′±0,5′	$85^0$58,3′±0,4′
11	294,31 ± 0,11	$62^0$16,3′±0,4′	$50^0$30,2′±0,5′
12	341,06 ± 0,06	$85^0$08,5′±0,3′	$64^0$19,6′±0,4′
13	454,26 ± 0,13	$80^0$27′17″±10″	$93^0$24′31″±8″
14	435,85 ± 0,10	$78^0$38′16″±5″	$72^0$14′19″±5″
15	345,38 ± 0,10	$70^0$35′41″±7″	$70^0$21′19″±6″
16	541,92 ± 0,08	$91^0$19′35″±6″	$90^0$26′37″±7″

6.7. Невязка в сумме превышений нивелирного хода не должна превышать ± 80 мм. Какова может быть предельная длина нивелирного хода, если средняя квадратическая ошибка в сумме превышений на 1 км хода составляет 7 мм?

6.8. С какой средней квадратической ошибкой нужно измерять углы, чтобы невязка в полигоне из 12 углов не превысила $\pm 4'$?

6.9. Средняя квадратическая ошибка измерения угла одним приемом равна 0,5′. Каких размеров может достичь невязка в сумме углов треугольника, если измерять углы четырьмя приемами?

6.10. Коэффициент случайного влияния при линейных измерениях μ=0,005. Каких размеров может достичь разность двойного измерения линии длиной 400 м?

6.11. Средняя квадратическая ошибка измерения угла одним приемом составляет 20″. Сколько приемов нужно сделать, чтобы получить угол со средней квадратической ошибкой 10″?

6.12. При геометрическом нивелировании средняя квадратическая ошибка определения превышения на станции равна $\pm$ 1 мм. На каждый километр хода приходится 9 станций. При какой максимальной длине замкнутого нивелирного хода невязка в превышениях не выйдет за пределы $\pm$ 50 мм?

6.13. Коэффициент случайного влияния при измерении линии лентой μ=0,004. Сколько раз нужно измерить линию длиной 100 м, чтобы получить окончательный результат со средней квадратической ошибкой не более $\pm$ 2 см?

6.14. С какой относительной средней квадратической ошибкой нужно знать радиус круга, чтобы определить его площадь с предельной относительной ошибкой 1:1000?

6.15. Линия измерена 6 раз. Получено среднее арифметическое L=538,23 м со средней квадратической ошибкой M=0,20 м. Найти относительную среднюю квадратическую ошибку одного измерения.

6.16. Среднее значение угла при измерении 4 приемами имеет среднюю квадратическую ошибку 10,0″. Определить среднюю квадратическую ошибку значения угла, полученного при тех же условиях из 9 приемов.

3. ВЕСА ИЗМЕРЕНИЙ И ИХ ФУНКЦИЙ. ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ НЕРАВНОТОЧНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

Обозначения:

p – вес измерения;

$L_в$ – среднее весовое;

μ – средняя квадратическая ошибка единицы веса;

$M_в$ – средняя квадратическая ошибка среднего весового.

Основные формулы:

$$p = \frac{k}{m^2}, \tag{16}$$

где k – произвольное число, но одинаковое для всех измерений, участвующих в решении какой-либо задачи.

Для нахождения весов функций формулы имеют такой же вид, как в табл. 5, только вместо квадратов средних квадратических ошибок следует поставить обратные веса, т.е. сделать замену $m^2 = \frac{1}{p}$.

$$L_B = \frac{[pl]}{p} = l_0 + \frac{[p\varepsilon]}{p}; \tag{17}$$

$$\mu = \sqrt{\frac{[p\Delta^2]}{n}}; \tag{18}$$

$$\mu = \sqrt{\frac{[pv^2]}{n-1}}. \tag{19}$$

Контроль

$$[pv] = 0, \tag{20}$$

$$[pv^2] = -[pvl] = -[pv\varepsilon]. \tag{21}$$

Если L округлено, а ошибка округления равна ω, то

$$[pv] = [p]\omega; \tag{22}$$

$$[pv^2] = -[pv\varepsilon] + (L_\text{В} - l_0)[pv]; \tag{23}$$

$$\text{М}_\text{В} = \frac{\mu}{\sqrt{[p]}}; \tag{24}$$

$$m = \frac{\mu}{\sqrt{p}}. \tag{25}$$

П р и м е р 10. Два угла измерены со средними квадратическими ошибками 5″ и 10″. Найти веса этих углов.

Решение задачи можно выполнить двумя способами:

1. Принимая k=100, по формуле (16) получим

$$p_1 = \frac{k}{m^2{}_1} = \frac{100}{25} = 4; \qquad p_2 = \frac{k}{m^2{}_2} = \frac{100}{100} = 1;$$

2. Напишем известное соотношение

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{m^2{}_2}{m^2{}_1} = \frac{100}{25}.$$

Примем для одного из весов произвольное значение, например, p_2=1, тогда p_1=4.

П р и м е р 11. Два угла измерены одним теодолитом: первый – одним приемом, второй – тремя. Определить веса этих углов.

Пусть для первого угла вес равен 1. Второй угол получен как среднее арифметическое из трех измерений – каждое с весом, равным 1. Поэтому вес будет равен 3.

П р и м е р 12. Вес угла равен 4. Найти среднюю квадратическую ошибку этого угла, если ошибка единицы веса μ = 10″.

По формуле (25) имеем $m = \dfrac{\mu}{\sqrt{p}} = \dfrac{10}{\sqrt{4}} = 5''.$

П р и м е р 13. В треугольнике измерены два угла с весами p_α=3, p_β=5. Найти вес третьего (вычисленного) угла γ.

Напишем функцию

$$\gamma = 180 - \alpha - \beta$$

и найдем ее обратный вес $\dfrac{1}{p_\gamma} = \dfrac{1}{p_\alpha} + \dfrac{1}{p_\beta} = \dfrac{1}{3} + \dfrac{1}{5} = \dfrac{8}{15}.$

Отсюда $p_\gamma = \dfrac{15}{8} = 1{,}88.$

П р и м е р 14. Угол измерен 6 раз одним и тем же теодолитом, но с разным числом приемов. Найти вероятнейшее значение угла и его среднюю квадратическую ошибку.

Результаты измерения угла и их обработка приведены в табл. 7.

В данном случае за веса можно принять число приемов t. Для упрощения вычислений веса взяты в 4 раза меньше. Другими словами, измерению угла одним приемом придан вес 0,25.

По формуле среднего весового получим

$$L_B = l_0 + \frac{[p\varepsilon]}{p} = 64^0 28'20'' + \frac{3{,}0''}{8{,}5} = 64^0 28'20{,}354''$$

или округлено L=$64^0 28'20{,}4''$. Ошибка округления ω=0,046″.

Т а б л и ц а 7. **Обработка неравноточных измерений**

Номер измерения	Результат измерения	Число приемов, t	$p = \frac{t}{4}$	ε	pε	v	pv	pv^2	pvε
1	$64^0 28'13''$	4	1,00	-7″	-7,0	+7,4	+7,4	54,7	-51,8
2	20	6	1,50	0	0	+0,4	+0,6	0,2	0
3	10	2	0,50	-10	-5,0	+10,4	+5,2	54,1	-52,0
4	25	8	2,00	+5	+10,0	-4,6	-9,2	42,3	-46,0
5	30	4	1,00	+10	+10,0	-9,6	-9,6	92,2	-96,0
6	18	10	2,50	-2	-5,0	+2,4	+6,0	14,4	-12,0
$l_0=64^0 28'20''$			8,5		+3,0		+0,4	257,9	-257,8
$L_B=64^0 28'20{,}4'$									

Контролируем вычисления:

$$[pv] = [p]\omega = 8{,}5 \cdot 0{,}046 = +0{,}4;$$

$$[pv^2] = -[pv\varepsilon] + (L_B - l_0)[pv] = 257{,}8 + 0{,}4 \cdot 0{,}4 = 258{,}0$$

Вычисляем среднюю квадратическую ошибку единицы веса:

$$\mu = \sqrt{\frac{[pv^2]}{n-1}} = \sqrt{\frac{257{,}9}{5}} = 7{,}2''.$$

С такой ошибкой измеряется угол четырьмя приемами, так как p=1 при t=4. Вычисляем среднюю квадратическую ошибку среднего весового:

$$M_B = \frac{\mu}{\sqrt{[p]}} = \frac{7{,}2}{\sqrt{8{,}5}} = 2{,}5''.$$

Окончательный результат можно записать так:

$L_B = 64^0 28'20{,}4'' \pm 2{,}5''$.

Задачи для самостоятельного решения

7. Два угла измерены с весами p_1 и p_2. Найти средние квадратические ошибки измерений углов m_1 и m_2, если известна средняя квадратическая ошибка единицы веса μ.

Числовые значения известных величин по вариантам даны в табл.8.

Т а б л и ц а 8. **Исходные данные к задаче 7**

Варианты	1	2	3	4	5	6	7	8
1	2	3	4	5	6	7	8	9
p_1	12	3	14	4	5	8	10	12
p_2	6	8	10	6	12	3	5	4
μ	5″	10″	7″	6″	15″	20″	9″	8″

П р о д о л ж е н и е т а б л. 8

Варианты	9	10	11	12	13	14	15	16
1	10	11	12	13	14	15	16	17
p_1	3	9	8	5	2	7	4	2
p_2	10	3	5	3	6	3	6	4
μ	12″	18″	15″	30″	10″	5″	3″	20″

8.1. Найти среднюю квадратическую ошибку единицы веса, если вес измерения $p=10$, а средняя квадратическая ошибка $m=4{,}2'$.

8.2. Даны веса измерений трех углов: $p_1=2$; $p_2=6$; $p_3=4$. Средняя квадратическая ошибка измерения первого угла $m_1=10''$. Найти средние квадратические ошибки измерений второго и третьего углов.

8.3. Вес суммы 10 углов принят за единицу. Определить вес суммы 20 углов.

8.4. Приняв вес превышения, измеренного на станции геометрического нивелирования, за единицу, вычислить вес превышения по ходу, состоящему из 10 станций.

8.5. Первый угол измерен двумя приемами, второй – четырьмя. Найти среднюю квадратическую ошибку измерения второго угла, если для первого она равна 20″.

8.6. В четырехугольнике измерены 3 угла с весами $p_1=1$, $p_2=3$, $p_3=2$. Найти вес и среднюю квадратическую ошибку четвертого (вычисленного) угла, если средняя квадратическая ошибка единицы веса $\mu=20''$.

8.7. Определить вес дирекционного угла второй стороны теодолитного хода, если первый угол измерен двумя приемами и имеет вес $p_1=2$, второй угол измерен четырьмя приемами, а исходный дирекционный угол безошибочен.

8.8. Средняя квадратическая ошибка измерения линии длиной 1 м равна μ, а вес измерения p=1. Найти вес линии длиной s м.

8.9. Вес превышения на 1 км хода геометрического нивелирования принят равным 1. Чему будет равен вес превышения хода длиной L км?

8.10. Вес суммы углов n - угольника принят за единицу. Определить вес p одного угла.

8.11. Линия измерена 6 раз с одинаковой точностью. Найти вес среднего арифметического, если вес одного измерения равен 2.

8.12. Две линии измерены в одинаковых условиях. Получены следующие результаты: 248,25 и 496,78 м. Определить вес измерения второй линии, если вес измерения первой линии принят за единицу.

8.13. Измерение угла со средней квадратической ошибкой m_1=3,2″ имеет вес p_1=2. Чему будет равен вес угла, измеренного со средней квадратической ошибкой m_2=2,1″?

8.14. Определить веса превышений, полученных тригонометрическим нивелированием по формуле $h = stgv$, принимая стороны s безошибочными, а углы наклона v небольшими и измеренными с одинаковой точностью (выразить p через s).

8.15. Сумма превышений по ходу длиной 5 км имеет вес 2. Найти длину хода, сумма превышений которого имеет вес 1.

8.16. В треугольнике измерены два угла с весами p_1=p_2=2. Найти вес третьего вычисленного угла и его среднюю квадратическую ошибку, если средняя квадратическая ошибка единицы веса μ =10″.

9. От четырех реперов с точным значением высот путем проложения нивелирных ходов различной длины передана высота на узловую точку. Определить наиболее надежное значение высоты узловой точки и средние квадратические ошибки: единицы веса, на 1 км хода, окончательного значения. Исходные данные по вариантам приведены в табл. 9.

Вычисление рекомендуется по формуле табл. 7, изменив название первых трех граф: 1 – номер хода, 2 – высота узловой точки, 3 – длина хода. Все определить по формуле

$$p = \frac{K}{L},$$

где К – произвольное число.

10. Линия измерена дважды с различной точностью: l_1=427,536 м; l_2=427,502 м. Средние квадратические ошибки m_1 и m_2. Найти вероятнейшее значение длины линии. Значения средних квадратических ошибок в миллиметрах приведены в табл. 10.

Т а б л и ц а 9. **Исходные данные к задаче 9**

Варианты	Номер хода. Отметка узловой точки H, м. Длина хода L, км			
	1	2	3	4
1–16	201,324	201,300	201,332	201,315
1	4,5	6,0	1,8	8,0
2	3,2	4,8	1,3	5,0
3	5,5	3,2	9,4	5,8
4	4,0	0,9	3,5	4,8
5	4,2	6,3	12,2	2,2
6	6,2	2,8	4,1	1,0
7	8,0	5,4	6,1	7,9
8	5,5	2,3	6,8	9,3
9	6,3	8,5	2,4	5,6
10	9,0	4,2	1,6	6,2
11	1,2	5,7	6,6	9,8
12	1,9	4,4	5,0	8,2
13	6,0	8,3	9,1	3,0
14	2,2	5,6	3,1	7,5
15	7,8	3,3	8,4	4,1
16	12,0	5,3	2,8	6,1

Т а б л и ц а 10. **Исходные данные к задаче 10**

Ошибки	Варианты								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
m_1	25	21	18	10	17	20	22	13	21
m_2	16	15	21	23	20	13	24	19	10

П р о д о л ж е н и е т а б л. 10

Ошибки	Варианты						
	10	11	12	13	14	15	16
1	11	12	13	14	15	16	17
m_1	6	11	13	18	26	17	12
m_2	16	22	7	11	12	8	6

4. ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ ИЗМЕРЕНИЙ ПО НЕВЯЗКАМ В ПОЛИГОНАХ И ХОДАХ

Основные формулы:

Средняя квадратическая ошибка измерения одного угла, вычисляемая по невязкам полигонов:

$$m = \sqrt{\frac{\left[\frac{f^2}{n}\right]}{N}}, \qquad (26)$$

где f – невязка в полигоне;

n – число углов в соответствующем полигоне;

N – число полигонов.

Средняя квадратическая ошибка измерения одного угла, вычисляемая по невязкам треугольников:

$$m = \sqrt{\frac{[f^2]}{3N}}, \tag{27}$$

где f – невязка в треугольнике;

N – число треугольников.

Средняя квадратическая ошибка в превышениях на 1 км хода геометрического нивелирования:

$$m_{км} = \sqrt{\frac{\left[\frac{f^2}{L}\right]}{N}}, \tag{28}$$

где f – невязка в превышениях по ходу;

L – длина соответствующего хода, км;

N – число ходов.

Задачи для самостоятельного решения

11. Вычислить среднюю квадратическую ошибку измерения одного угла по невязкам 8 треугольников. Значения невязок по вариантам приведены в табл. 11.

Таблица 11. **Исходные данные к задаче 11**

Варианты	Невязки в треугольниках, с							
	1	2	3	4	5	6	7	8
1	+13	-6	-20	+4	+15	-30	-10	+18
2	-12	-4	-1	+8	+11	-17	-35	-37
3	-15	+17	-3	+18	+19	+30	-22	-10
4	-6	-3	+23	+27	+40	+49	+8	+4
5	+10	+8	-12	+33	-17	+33	+4	+16
6	+7	+18	+19	-29	+22	-11	+16	-3
7	-9	+5	+15	+16	+22	+28	-2	+2
8	+12	-17	-8	+30	+2	-5	-15	-5
9	+14	-15	-7	-29	+29	+9	+13	+15
10	-11	+24	+27	+1	+49	+3	-2	+13

11	+13	+2	-9	+3	+7	-23	-20	-26
12	+16	+4	-30	+15	+21	+4	+24	+4
13	+22	-9	-6	+2	-22	-4	+26	-15
14	+9	+6	+23	+31	-31	+20	-21	-27
15	+22	+11	+14	-8	-32	-6	+8	-9
16	+17	+25	-3	+34	+24	+20	+2	+19

12. Вычислить среднюю квадратическую ошибку нивелирования хода длиной 1 км по невязкам ходов, приведенным в табл. 12.

Т а б л и ц а 12. **Исходные данные к задаче 12**

Вари-анты	Номер хода. Длина хода L, км. Невязка f, мм							
	1	2	3	4	5	6	7	8
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1–16	5,6	6,1	4,0	10,6	11,7	6,6	7,7	3,2
1	+20	-18	+16	+25	-30	-20	+40	-4
2	+15	-28	+13	-15	-12	+16	+4	+12
3	-8	+30	+36	-23	-36	+5	-23	+19
4	-2	-13	-8	+4	-19	+8	+5	+5
5	-21	+28	-11	+11	+11	+1	-20	+6
6	-22	-8	+20	+19	-28	-34	+30	+31
7	-38	-7	-1	+4	+5	+12	+4	+23
8	-16	-7	+1	-11	+47	+35	+28	-36
9	+11	+3	+18	+27	+44	+26	-9	-3
10	+9	-15	+9	-6	+19	-15	+23	-4
1	2	3	4	5	6	7	8	9
11	+10	-16	-17	+27	-64	-44	-5	-6
12	+8	-8	-18	-21	-11	+10	-19	+12
13	+24	-19	+16	+16	+2	-9	-4	-2
14	+6	-1	-5	-7	-34	+8	-65	-4
15	-2	+31	+16	-23	+56	-12	+9	-16
16	-13	-39	-46	-19	+5	-5	-14	-9

5. ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ ПО РАЗНОСТЯМ ДВОЙНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

Основные формулы:

Средняя квадратическая ошибка измерения, вычисляемая по разностям двойных равноточных измерений при отсутствии систематических ошибок:

$$m = \sqrt{\frac{[d^2]}{2n}}. \tag{29}$$

где d – разность измерений;

n – число пар измерений.

При наличии систематических ошибок

$$m = \sqrt{\frac{[\partial^2]}{2(n-1)}}, \qquad (30)$$

где $\partial_i = d_i - \theta$, а систематическая ошибка

$$\theta = \frac{[d]}{n}.$$

Систематические ошибки можно не учитывать, если выполняется условие

$$\left|[d]\right| \le 0{,}25[|d|].$$

Средняя квадратическая ошибка единицы веса, вычисляемая по разности двойных неравноточных измерений при отсутствии систематических ошибок:

$$\mu = \sqrt{\frac{[pd^2]}{2n}}, \qquad (31)$$

где p – вес парных измерений.

Оценка точности линейных измерений производится по разностям двойных измерений линий.

Коэффициент остаточного систематического влияния линейных измерений

$$\theta = \frac{[d]}{[s]}. \qquad (32)$$

Средняя квадратическая ошибка единицы веса (коэффициент случайного влияния)

$$\mu = \sqrt{\frac{\left[\frac{\partial^2}{s}\right]}{2(n-1)}}. \qquad (33)$$

где
$$\partial_i = d_i - \theta,$$
$$\theta_i = \theta s_i.$$

Контроль:

$$[d] = [\theta]. \qquad (34)$$

$$[\partial] = 0. \tag{35}$$

Если при вычислении по формуле (32) отброшен остаток r, то

$$[\partial] = r. \tag{36}$$

Пример 15. Даны результаты прямого и обратного измерения линий различной длины (табл. 13), определить коэффициенты систематического и случайного влияния.

Т а б л и ц а 13. **Оценка точности по разностям двойных измерений**

Номер линии	Длина линий s, м		d, см	$\theta_i = \theta S, см$	∂	$\frac{\partial^2}{s}$	Формулы и вычисления
	Прямая	Обратная					
1	124,32	124,38	-6	-2	-4	0,13	$\theta = \frac{[d]}{[s]} = \frac{-0{,}47}{2537} =$
2	253,72	253,84	-12	-5	-7	0,19	$= 0{,}000185$
3	438,93	439,18	-21	-8	-13	0,39	
4	318,16	318,06	+10	-6	+16	0,81	
5	541,63	541,80	-17	-10	-7	0,09	$\mu = \sqrt{\frac{\left[\frac{\partial^2}{s}\right]}{2(n-1)}} =$
6	205,10	205,00	+10	-4	+14	0,96	
7	456,76	456,90	-14	-8	-6	0,08	
8	198,24	198,21	+3	-4	+7	0,25	
	2536,86		-47	-47	0	2,90	$= \sqrt{\frac{2{,}90}{14}} = 0{,}46$ $\mu = 0{,}0046$

Задачи для самостоятельного решения

13. Даны значения секунд в отсчетах по шкале оптического микрометра при двух совмещениях штрихов лимба (табл. 14). Определить среднюю квадратическую ошибку совмещения штрихов.

Каждый студент использует 10 пар измерений, начиная с первого в первом варианте, со второго во втором варианте и т.д.

Т а б л и ц а 14. **Исходные данные к задаче 13**

Номер измерения	Первое совмещение	Второе совмещение	Номер измерения	Первое совмещение	Второе совмещение
1	10,5	10,3	14	34,2	34,6
2	32,0	32,2	15	12,0	11,5
3	40,2	39,7	16	23,4	23,8
4	09,8	10,0	17	14,8	14,5
5	04,5	05,2	18	18,5	20,0
6	11,3	11,3	19	43,1	40,2
7	27,7	27,6	20	33,4	34,1
8	19,3	20,8	21	21,6	20,0
9	43,3	45,0	22	54,0	55,1
10	52,1	51,9	23	49,5	48,2

11	34,8	34,4	24	03,7	03,0
12	13,2	10,8	25	20,9	21,9
13	05,8	04,1	26	53,2	51,5

14. По результатам двойных измерений линий лентой (табл. 15) определить коэффициенты систематического и случайного влияния. Как и в предыдущей задаче, каждый студент обрабатывает 10 пар измерений.

Т а б л и ц а 15. **Исходные данные к задаче 14**

Номер линий	Длина линии, м		Номер линий	Длина линии, м	
	1-е измерение	2-е измерение		1-е измерение	2-е измерение
1	230,41	230,35	13	184,35	184,28
2	98,34	98,39	14	67,31	67,33
3	443,78	443,75	15	248,84	248,80
4	263,29	263,25	16	105,63	105,67
5	319,26	319,10	17	205,18	205,14
6	283,54	283,50	18	525,68	525,50
7	152,16	152,16	19	310,81	310,70
8	424,35	424,42	20	94,26	94,23
9	250,28	250,22	21	183,18	183,15
10	134,17	134,10	22	428,65	428,50
11	531,30	531,57	23	211,54	211,50
12	352,19	352,17	24	341,12	341,05

Вопросы для самопроверки

1. Что понимается под измерением величин?
2. Какие измерения вы знаете?
3. Что называется истинной ошибкой измерения?
4.Каковы причины появления ошибок измерений?
5. Какие виды ошибок вы знаете?
6. По каким признакам различают систематические и случайные ошибки?
7. Какими свойствами обладают случайные ошибки?
8. Что называется средней квадратической ошибкой?
9. Как определяется предельная ошибка в случае нормального распределения ошибок?
10. Каковы свойства ошибок округления и как определяется средняя квадратическая ошибка округления?
11. Какими свойствами обладает арифметическая средина?
12. Что такое вероятнейшие поправки и какими свойствами они обладают?
13. Что называется весом измерения?

14. Какими свойствами обладают веса измерений?
15. Как определяется средневесовое значение?
16. Что называется средней квадратической ошибкой единицы веса?
17. Как вычисляются веса измерений в теодолитных и нивелирных ходах?
18. Приведите пример двойных равноточных и неравноточных измерений.
19. Каковы недостатки оценки точности по разностям двойных измерений?
20. Объясните смысл коэффициентов систематического и случайного влияния при линейных измерениях.

ЛИТЕРАТУРА

Основная

1. М а с л о в А.В. и др. Геодезия. М.: Недра, 1980.
2. М а с л о в А.В. и др. Геодезия. М. : Колосс, 2006.
3. Н е у м ы в а к и н Ю.К., С м и р н о в А.С. Практикум по геодезии. М.: Недра, 1985.

Дополнительная

4. С о л о м о н о в А.А. Инженерная геодезия. Мн. : Вышэйшая школа, 1983.
5. Б о л ь ш а к о в В.Д., М а р к у з е Ю.И, Практикум по теории математической обработки геодезических измерений. М.: Недра, 1984.
6. Н е у м ы в а к и н Ю.К., П е р с к и й М.И. Геодезическое обеспечение землеустроительных и кадастровых работ. Справочное пособие. М.: Картгеоцентр – Геодезиздат, 1996.

У ч е б н о – м е т о д и ч е с к о е   и з д а н и е

Сергей Иванович Помелов
Другаков Павел Владимирович

ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

Методические указания по выполнению лабораторной работы

Редактор Е.Г.Бутова
Техн. редактор Н. К. Шапрунова
Корректор Л. А. Малеванкина

ЛВ № 490 от 17.04. 2001.Подписано в печать
Формат $60\times84^{1}/_{16}$. Бумага для множительных аппаратов.
Печать ризографическая. Гарнитура «Таймс».
Усл.печ.л.   . Уч.-изд. л. .
Тираж   экз. Заказ   Цена   руб.

Редакционно-издательский отдел БГСХА
213407, г. Горки Могилевской обл., ул. Студенческая, 2
Отпечатано на ризографе копировально-множительного бюро БГСХА,
г. Горки, ул. Мичурина, 5